

國立中山大學應用數學系
高屏區高中學生數學科學研究人才培育計畫
九十七學年度 高一班新生甄試

考試日期: 2008.10.04

考試時間: 09:30~11:30

共五題，每題佔20分，滿分100分。答題時，每題都必須寫下題號與步驟。

1.

如下圖，欣怡伸出左手，掌心向上，由大姆指數1，食指數2，中指數3，無名指數4，小指數5，無名指數6，中指數7，食指數8，接著又回到大姆指數9，食指數10，……，如此一直數下去，則欣怡左手食指曾數過的數，由小到大的前100個數字和為何？



2. 若 x, y, z 為正數，且

$$x + y = \sqrt{z}$$

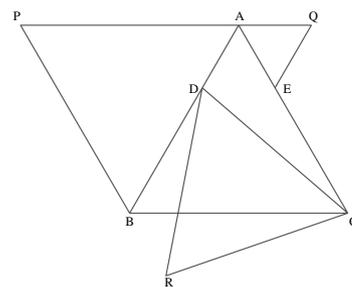
$$y + z = \sqrt{x}$$

$$z + x = \sqrt{y}$$

試求 x, y, z 三數。

3.

已知 $\triangle ABC$ 為正三角形，在 \overline{AB} 上取一點 D 且在 \overline{AC} 上取一點 E 使得 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 。分別以 \overline{AB} 、 \overline{AE} 及 \overline{CD} 為邊作正三角形 $\triangle ABP$ 、 $\triangle AEQ$ 及 $\triangle CDR$ ，如下圖。試證明(1) $\triangle PQR$ 為正三角形；(2)連接 \overline{RE} 的中點、 \overline{AQ} 的中點及 \overline{PD} 的中點將會形成一個正三角形。



4. 將1到10的數字沿著圓桌任意放置，證明必有三個相鄰數字其和至多為15。

5. 求證: $1.57 < 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{99^2} < 1.74$